

**(Nota: Justifique todas as respostas e apresente os cálculos efetuados.)**

---

1. Uma empresa produz semanalmente 100 toneladas de um produto que pode ser obtido à custa da mistura de quatro matérias-primas, MP1, MP2, MP3 e MP4. O custo das matérias-primas é de 5€, 10€, 8€ e 6€ por tonelada, para as matérias-primas MP1, MP2, MP3 e MP4, respetivamente. O produto final tem de ter uma composição que respeite as especificações de qualidade seguintes:
- uma substância ativa que existe nas matérias-primas MP1, MP2, MP3 e MP4 nas proporções (em peso) de 20%, 50%, 25% e 30%, respetivamente, deve ser de pelo menos 35% do produto final;
  - por cada 2 toneladas da matéria-prima MP1 o produto final deve ter pelo menos 3 toneladas da matéria-prima MP3.

Sendo  $x_1, x_2, x_3, x_4$  as quantidades (em ton) a utilizar semanalmente das quatro matérias-primas, desenvolveu-se a seguinte formalização e os respetivos outputs do Solver/Excel figuram no Anexo A:

$$\begin{array}{l} \text{Min } Z = 5x_1 + 10x_2 + 8x_3 + 6x_4 \\ \text{s.a.} \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 100 \\ 0,2x_1 + 0,5x_2 + 0,25x_3 + 0,3x_4 \geq 35 \\ 3x_1 - 2x_3 \leq 0 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

- (2,5 valores) Apresente a solução ótima deste problema de PL (variáveis de decisão e auxiliares) e interprete-a no contexto da empresa.
- (1,5 valores) Escreva o dual deste problema.
- (0,5 valores) A partir da solução ótima do primal indique o valor da variável de decisão do dual em falta no relatório do Solver.
- (1 valor) Interprete o valor do segundo preço-sombra.
- (2 valores) Se o preço da matéria-prima MP2 tiver uma redução de 3€, pode indicar as consequências de tal alteração de preço na composição ótima do produto final? E se tiver um aumento muito grande (especulativo)?
- (1,5 valores) Surgiu uma nova matéria-prima no mercado, MP5, que custa 9€/ton, tem 40% da substância ativa e, tal como a matéria-prima MP2, não tem restrição de ligação às outras matérias-primas. Que alterações deverão ser introduzidas na formalização apresentada para incorporar este novo contexto?
- (0,5 valores) Na sequência da alínea f) indique se deve ser encarada a compra de MP5.

2. Quatro estudantes do ISEG estão a planear para os dias de interrupção letiva da Páscoa uma viagem à cidade T que ainda não conhecem. Através da consulta do mapa, verificam que existem quatro outras cidades, A, B, C e D que ficam no caminho, consoante a rota escolhida. As distâncias entre cidades são as que constam do quadro abaixo onde o traço significa que não há ligação apropriada:

	A	B	C	D	T
ISEG (Lisboa)	40	60	50	-	-
A		10	-	70	-
B			20	-	-
C				-	50
D					10

- a) (2,5 valores) Sabendo que os estudantes querem chegar o mais rápido possível a T, e que as distâncias são proporcionais ao tempo que levam a percorrer, formule o problema dos estudantes como um problema de otimização em redes.
- b) (3 valores) Escreva na folha de Excel (Anexo B) tudo o que seria necessário para resolver o problema através do Solver.

3. Um gestor de recursos humanos numa empresa tem três candidatos, Alberta Fagundes, Joaquina Zarco e Zeferino Vieira, para preencher três diferentes postos de trabalho qualificado, P1, P2 e P3.

O gestor considera que a Alberta é 2 vezes mais qualificada para P2 do que para P1 e 3 vezes mais qualificada para P1 do que para P3. A Joaquina é 3 vezes mais qualificada para P2 do que para P1 e 5 vezes mais qualificada para P3 do que para P1. O Zeferino é tão qualificado para P1 como para P2, mas é 5 vezes mais qualificado para cada um destes postos do que para P3.

- a) (0,5 valores) Apresente a matriz de qualificações relativas dos candidatos.

**Nota:** Caso não consiga responder à alínea a) escolha valores arbitrários para os elementos da referida matriz e utilize-a nas respostas às questões seguintes.

- b) (1,5 valores) Indique qual o problema estudado no contexto da unidade curricular Investigação Operacional em que se deverá apoiar o gestor para tomar decisão sobre este assunto.
- c) (2 valores) Formalize em programação linear o referido problema.
- d) (1 valor) Determine duas soluções admissíveis comparando-as em função do objetivo de otimização estipulado.

## ANEXO A

Objective Cell  
(Min)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$F\$7	Custo total	0	700

Variable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value	Integer
\$B\$8	MP1	0	0	Contin
\$C\$8	MP2	0	25	Contin
\$D\$8	MP3	0	0	Contin
\$E\$8	MP4	0	75	Contin

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$F\$4	Quantidade	100	\$F\$4=\$H\$4	Binding	0
\$F\$5	Substância ativa	35	\$F\$5>=\$H\$5	Binding	0
\$F\$6	MP1/MP3	0	\$F\$6<=\$H\$6	Binding	0

Variable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$8	MP1	0	1	5	1E+30	1
\$C\$8	MP2	25	0	10	1E+30	2
\$D\$8	MP3	0	3	8	1E+30	3
\$E\$8	MP4	75	0	6	0,67	1E+30

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$F\$4	Quantidade	100	0	100	16,67	30
\$F\$5	Substância ativa	35		35	15	5
\$F\$6	MP1/MP3	0	0	0	1E+30	0

## ANEXO B

Nome do aluno:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										
22										

**Solver Parameters**

Set Objective:

To:  Max  Min  Value Of:

By Changing Variable Cells:

Subject to the Constraints:

Make Unconstrained Variables Non-Negative

Select a Solving Method:

Solving Method

Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth.